

REVISÃO SISTEMÁTICA SOBRE O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE QUADRILÁTEROS INSCRITÍVEIS COM O GEOGEBRA

Lucas Moraes Melo⁽¹⁾, Roseana Moreira de Figueiredo Coelho⁽²⁾, Silvino Domingos Neto⁽³⁾

⁽¹⁾Pós-graduando em Ensino e Tecnologias Educacionais - Instituto Federal de Minas Gerais (IFMG) -
Campus São João Evangelista. ⁽²⁾Professora orientadora - IFMG - *Campus São João Evangelista.*

⁽³⁾Professor coorientador – IFMG – *Campus São João Evangelista.*

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma revisão bibliográfica sistemática a respeito de aspectos que abordam o processo de ensino e aprendizagem de quadriláteros inscritíveis, tendo como suporte o *software* GeoGebra, abrangendo a condição necessária e suficiente para que um quadrilátero seja inscritível, o teorema de Ptolomeu e a fórmula de Brahmagupta. Para realização deste trabalho foram consultados o Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e o Google Acadêmico. Os resultados finais mostram que existe relativa escassez de pesquisas que abordem o tema quadriláteros inscritíveis com o uso do GeoGebra em situações de ensino-aprendizagem, concentrando-se, sobretudo, em trabalhos oriundos do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

Palavras-chave: Quadriláteros inscritíveis. GeoGebra. Teorema de Ptolomeu. Fórmula de Brahmagupta.

1 INTRODUÇÃO

O presente estudo traz uma revisão sistemática acerca de estudos publicados em nível nacional sobre ensino de geometria, dando ênfase aos quadriláteros inscritíveis, aliado ao uso do *software* GeoGebra.

Para seleção dos estudos foram utilizadas duas fontes de pesquisa da *Internet*: o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES <<https://catalogodeteses.capes.gov.br>> e o Google Acadêmico <<https://scholar.google.com.br>>. O Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e o Google Acadêmico permitem a busca de trabalhos por meio de palavras-chave. A escolha das duas plataformas se deve, principalmente, pela confiabilidade dos resultados encontrados e facilidade de uso. Para o tema desta pesquisa foram utilizadas as palavras-chave “quadriláteros inscritíveis” e “quadriláteros cíclicos” - que neste contexto em Matemática são termos que possuem o mesmo significado - além de refinar a busca por áreas de conhecimento, quando necessário.

Os principais critérios, adotado pelos autores desta revisão de literatura, para a seleção de trabalhos encontrados, foram, primeiramente, a leitura dos resumos dos mesmos, além de uma leitura panorâmica sobre toda a obra, após a leitura de resumo.

2 TRABALHOS ENCONTRADOS PELO CATÁLOGO DE TESES E DISSERTAÇÕES DA CAPES

Para os resultados obtidos por meio do Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, num primeiro momento, usando o descritor de busca “quadriláteros inscritíveis” a busca resultou em 111 trabalhos. Em seguida, filtrando pelas áreas de conhecimento “Educação”, “Ensino”, “Ensino de Ciências e Matemática” e “Matemática”, a busca resultou em 73 trabalhos. A partir desse momento, foi realizada a leitura dos títulos e resumos dos trabalhos, excluindo os trabalhos que não apresentavam as palavras “quadriláteros inscritíveis” ou “quadriláteros inscritos”. Com os trabalhos selecionados até esse momento foi, então, realizada uma leitura panorâmica dos textos. Por outro lado, usando o descritor de busca “quadriláteros cíclicos” foram encontrados 1420 trabalhos, filtrando pelas áreas de conhecimento “Educação”, “Ensino”, “Ensino de Ciências e Matemática” e “Matemática”, a busca resultou em 116 trabalhos. Em seguida, assim como realizado com a palavra-chave “quadriláteros inscritíveis”, foram realizadas leituras dos títulos e resumos dos trabalhos, e, posteriormente, leituras panorâmicas. Findadas todas essas etapas, foram selecionadas seis dissertações de mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), que foram as que mais se alinharam ao tema de interesse que envolve quadriláteros inscritíveis e GeoGebra, ao contrário das demais pesquisas, as quais são apresentadas a seguir, em ordem cronológica.

Em relação ao tema de interesse desta pesquisa, Moura (2013) apresenta a condição necessária e suficiente para um quadrilátero ser inscritível em uma circunferência, com sua demonstração matemática. Moura (2013) também apresenta a fórmula de Brahmagupta, a qual permite o cálculo do valor da área de um quadrilátero inscritível, bem como sua demonstração.

Lopes (2014) apresenta aspectos históricos sobre Ptolomeu, o teorema que leva seu nome (*em um quadrilátero inscritível, o produto das medidas das diagonais é igual à soma dos produtos das medidas dos lados opostos*), diversas demonstrações do mesmo, aplicações do teorema à própria matemática, e, por fim, algumas atividades nas quais o autor desenvolveu em sala de aula, em uma turma de 2º ano do Ensino Médio, dentre as quais uma

atividade em GeoGebra, que basicamente consistia na construção de uma figura que justificava graficamente (válida) o teorema de Ptolomeu.

Em Oliveira (2015) são apresentadas as fórmulas de Heron, de Brahmagupta, de Bretschneider e o teorema de Ptolomeu, contando com suas respectivas demonstrações e com aspectos da História da Matemática. Também em Oliveira (2015) são apresentados um plano de aula e algumas sugestões de atividades a serem desenvolvidas por professores de matemática que atuam na Educação Básica, dentre as quais está uma atividade que envolve a fórmula de Brahmagupta e o uso do GeoGebra.

Alguns trabalhos encontrados, em virtude de semelhanças entre si, tiveram que ser excluídos da seleção desta revisão de literatura. As dissertações de mestrado de Oliveira (2015) e Oliveira (2016) são um desses casos, pois, além da semelhança, nota-se que Oliveira (2016) usa entre suas principais referências Oliveira (2015). Neste caso, portanto, sendo selecionado o trabalho de Oliveira (2015).

A dissertação de Oliveira (2018) trata do ensino-aprendizagem de polígonos (quadriláteros e triângulos) inscritíveis e circunscritíveis utilizando o GeoGebra. O capítulo 4 traz um conteúdo de interesse desta pesquisa, que especificamente apresenta uma sugestão de atividade a ser desenvolvida no GeoGebra, a qual tem como objetivo apresentar a condição necessária e suficiente para que um quadrilátero seja inscritível.

Lago (2018) apresenta, com suas demonstrações, duas condições necessárias e suficientes para que um quadrilátero seja inscritível, além da mais difundida (“um quadrilátero é inscritível em uma circunferência se, e somente se, possui um par de ângulos opostos suplementares”). Lago (2018) também apresenta a demonstração do teorema de Ptolomeu. Além, da demonstração da fórmula de Brahmagupta, por meio da demonstração prévia de três lemas. Em seguida, Lago (2018) apresenta a solução de cinco questões extraídas do banco de questões das provas nacionais da disciplina “Geometria I” do PROFMAT, as quais abordam propriedades dos quadriláteros inscritíveis.

Alves (2019) aborda o tema quadriláteros inscritíveis apresentando propostas de ensino por meio de atividades lúdicas (jogos) para turmas de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental. A condição necessária e suficiente para que um quadrilátero seja inscritível, o teorema de Ptolomeu e o teorema de Hiparco são apresentados com suas respectivas demonstrações.

3 TRABALHOS ENCONTRADOS PELO GOOGLE ACADÊMICO

Por meio do Google Acadêmico, ao se utilizar a palavra-chave “quadriláteros inscritíveis” foram encontrados 155 resultados. Já para a palavra-chave “quadriláteros cíclicos”, filtrando somente em português do Brasil, foram encontrados 1790 trabalhos. Em virtude do elevado número de trabalhos encontrados foi utilizada uma ferramenta do Google Acadêmico que permite filtrar os resultados encontrados, solicitando que os resultados apresentassem a frase exata. Procedendo dessa forma foram encontrados 18 trabalhos com a palavra-chave “quadriláteros cíclicos”, já utilizando como descritor de busca “quadriláteros inscritíveis” foram encontrados 33 trabalhos. Desse quantitativo total muitos resultados encontrados já tinham sido obtidos por meio da busca no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. Assim sendo, após a leitura dos resumos e de leituras panorâmicas dos trabalhos encontrados por meio das buscas, foram selecionados três trabalhos na forma de artigos científicos que foram publicados em revistas especializadas na área de Educação Matemática, os quais são apresentados a seguir.

Santana *et al* (2019) apresentam um relato de experiência desenvolvida em um curso de Licenciatura em Matemática. Nesse estudo foi utilizado a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau como recurso didático para o desenvolvimento de duas atividades, em ambiente GeoGebra, que tinham como objetivo trabalhar a condição necessária e suficiente para que um quadrilátero seja inscritível. Além dessas duas atividades, também foi apresentada outra atividade desenvolvida pelos estudantes de graduação, também no GeoGebra, porém abordando o conteúdo de ângulo de segmento.

Lago e Nós (2020) apresentam possibilidades de utilização do GeoGebra para verificação de teoremas de Geometria Euclidiana Plana, dentre os quais está a condição necessária e suficiente para que um quadrilátero seja inscrito em uma circunferência, disponibilizando um link que leva para a construção feita no sítio oficial do GeoGebra.

Pereira, Corrêa e Gomes (2020) trazem aspectos históricos a respeito do teorema de Ptolomeu, bem como sua demonstração e uma construção no GeoGebra que tem a finalidade de justificativa gráfica (validação) do referido teorema.

4 CONCLUSÕES

Os estudos aqui citados em sua maioria são dissertações de mestrado profissional em Matemática, os quais abordam o conteúdo de quadrilátero inscritíveis e algumas de suas propriedades geométricas, alguns inclusive propondo atividades em ambiente GeoGebra, porém sem apresentar de fato resultados práticos de sua aplicação em turmas da Educação Básica.

Notou-se que Santana *et al* (2019) apresentam um relato de experiência sobre o tema, porém tendo como público participante alunos de um curso de Licenciatura em Matemática.

Portanto, de acordo com a revisão sistemática realizada a respeito de aspectos que abordam o processo de ensino e aprendizagem de quadriláteros inscritíveis, tendo como suporte o *software* GeoGebra, pode-se concluir que os resultados aqui apresentados apontam uma carência de trabalhos que abordem o conteúdo de quadriláteros inscritíveis utilizando o GeoGebra e ferramentas de informação e comunicação síncronas em práticas de ensino.

REFERÊNCIAS

- ALVES, R. A. C. **Quadriláteros inscritíveis na circunferência. Uma proposta de ensino para o 9º ano do ensino fundamental.** 2019. 138 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campo dos Goytacazes, 2019.
- LAGO, R. C. **Quadriláteros inscritíveis e os teoremas de Simson-Wallace e de Steiner-Lehmus.** 2018. 143 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.
- LAGO, R. C.; NÓS, R. L. Investigando teoremas de geometria plana com o GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, São Paulo, v. 9, n. 3, p. 15-29. 2020. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/47972/33898>>. Acesso em: 02 maio 2021.
- LOPES, J. L. **Aplicando o Teorema de Ptolomeu a alunos da rede pública.** 2014. 146 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do ABC, Santo André, 2014.
- MOURA, L. K. J. de. **Abordagem alternativa no estudo dos quadriláteros.** 88 f. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2013.
- OLIVEIRA, G. V. de. **Brahmagupta e quadriláteros cíclicos no ensino médio.** 2015. 84 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2015.
- OLIVEIRA, O. C. de. **A Utilização do GeoGebra como Auxílio Didático no Ensino de Polígonos Inscritíveis e Circunscritíveis.** 2018. 90 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2018.
- PEREIRA, G. S. de S.; CORRÊA, J. N. P.; GOMES, C. R. TEOREMA DE PTOLOMEU: HISTÓRIA, DEMONSTACÃO E VALIDACÃO VIA GEOGEBRA. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 07, n. 20, p. 335-346. 2020. Disponível em: <<https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/2841/3054>>. Acesso em: 05 maio 2021.
- SANTANA, E. R. dos Santos. *et al.* SITUAÇÕES DIDÁTICAS COM O GEOGEBRA: CONSTRUINDO O ARCO CAPAZ E QUADRILÁTEROS INSCRITÍVEIS. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 10, n. 2, p. 1-24, 2019. Disponível em: <<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/240550>>. Acesso em: 02 maio 2021.